Automatisches Beweisen *Übungsblatt 2*

Prof. Dr. W. Küchlin **Sommersemester 2008** **6.5.2008**
M. Gehweiler **Abgabe 19.5.2008**

Aufgabe 1 [4 Punkte] Beweisen Sie Lemma 1.10 aus der Vorlesung:
Sei $F \in \Phi$. Es gilt:

1. F erfüllbar genau dann, wenn $\neg F$ keine Tautologie.
2. $\models F \wedge G$ genau dann, wenn $\models F$ und $\models G$.

Aufgabe 2 [4 Punkte] Beweisen Sie per Induktion über n: Eine zu $F_n = (x_{11} \wedge x_{12}) \vee \ldots \vee (x_{n1} \wedge x_{n2})$ äquivalente Formel F'_n in CNF enthält mindestens 2^n Klauseln mit je n Variablen. (Vergleiche Bemerkung 2 auf Seite 9 des Skriptes.)

Aufgabe 3 [4 Punkte] Bestimmen Sie zu den folgenden Formeln mittels des Verfahrens von Tseitin erfüllbarkeitsäquivalente Formeln in CNF:

1. $(x \Rightarrow (\neg y \wedge z)) \vee (y \wedge (z \vee (x \wedge \neg y \wedge z)))$
2. $F_n = (x_{1,1} \wedge x_{1,2}) \vee ... \vee (x_{n,1} \wedge x_{n,2}) \quad$ (für $n \in \mathbb{N}$)

Wie sehen minimale (in Anzahl Symbolen) erfüllbarkeitsäquivalente Formeln in diesen beiden Fällen aus?

Aufgabe 4 [3 Punkte] Bestimmen Sie alle per Resolution aus der Klauselmenge

$$\{\{x, y, z\}, \{\neg x, y, z\}, \{\neg z\}, \{z, \neg y\}\}$$

herleitbaren, (nicht-tautologischen) Klauseln.

Aufgabe 5 [6 Punkte] Informieren Sie sich im Internet über die Spielregeln des Spiels Sudoku (http://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku). Ziel dieser Aufgabe ist es eine allgemeine aussagenlogische Formel zu finden, so dass man aus einer erfüllenden Belegung der Formel eine Lösung zu einer Sudokuinstanz ablesen kann.
Formulieren Sie die drei expliziten Bedingungen einer korrekten Lösung (in jeder Reihe, Spalte und in jedem Subquadrat müssen alle Ziffern $1-9$ auftauchen). Formulieren Sie ebenso die implizite Bedingung des Spiels (Auf jedem Feld steht genau eine Zahl.).