

Aufgabe 1 [4 Punkte] Beweisen Sie den Satz zu dualen Formeln aus der Vorlesung: Wenn $F \equiv G$, so ist $F^\delta \equiv G^\delta$. (Hinweis: Betrachten Sie zu einer Belegung β_0 die duale Belegung β_0^δ , die durch $\beta_0^\delta(x) = 1 - \beta_0(x)$ definiert ist. Zeigen Sie per struktureller Induktion über den Formelaufbau, dass $\beta^\delta(F^\delta) = 1 - \beta(F)$ gilt.)

Aufgabe 2 [4 Punkte] Entscheiden Sie, welche der folgenden Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder tautologisch sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

1. $F = (x \Rightarrow y) \wedge (y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$

2. $G = (x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee x) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (u \vee \neg z)$

Gilt $F \models G$?

Aufgabe 3 [4 Punkte] Geben Sie zu den folgenden Formeln äquivalente Formeln (a) in vereinfachter NNF und (b) in CNF an:

1. $\neg(\neg(x \wedge y) \vee z) \vee \neg(\neg u \vee \neg z \vee \perp) \wedge (\top \wedge \neg x)$

2. $(x \wedge \neg y) \vee \neg(y \vee \neg z) \vee (x \vee y \wedge z)$

Aufgabe 4 [3 Punkte] Überlegen Sie sich zwei unterschiedliche Datenstrukturen zur Darstellung von aussagenlogischen Formeln. Wie effizient sind darauf Operationen, wie z.B. zur Berechnung der NNF notwendig, durchzuführen?

Aufgabe 5 [5 Punkte] Programmieren Sie in einer Sprache Ihrer Wahl einen Algorithmus, der zu einer gegebenen Formel F eine äquivalente Formel in vereinfachter NNF berechnet (siehe dazu die Definition von vereinfachter Formel und NNF aus der Vorlesung). Testen Sie Ihren Algorithmus an den Beispielen aus Aufgabe 3. Welche Komplexität besitzt Ihr Algorithmus?