

Aufgabe 1 [3 Punkte]

Bestimmen Sie alle per Resolution aus der Klauselmenge

$$\{\{x, y, z\}, \{\neg x, y, z\}, \{\neg z\}, \{z, \neg y\}\}$$

herleitbaren, (nicht-tautologischen) Klauseln.

Aufgabe 2 [4 Punkte]

Bestimmen Sie zu den folgenden Formeln mittels des Verfahrens von Tseitin erfüllbarkeitsäquivalente Formeln in CNF:

$$1. (x \wedge \neg y) \vee (y \wedge (z \vee (\neg x \wedge y \wedge \neg z)))$$

$$2. F_n = (x_{1,1} \wedge x_{1,2}) \vee \dots \vee (x_{n,1} \wedge x_{n,2}) \quad (\text{für } n \in \mathbb{N})$$

Wie sehen minimale (in Anzahl Symbolen) erfüllbarkeitsäquivalente Formeln in diesen beiden Fällen aus?

Aufgabe 3 [3 Punkte]

Sei F eine Formel in 2-CNF (jede Klausel enthält höchstens zwei Literale) über der Menge der Prädikatvariablen $\Phi_0 = \{x_1, \dots, x_n\}$. Wie groß kann $\text{Res}^*(F)$ höchstens werden (Anzahl Klauseln)?

Aufgabe 4 [7 Punkte]

- a) (3 Punkte) Geben Sie eine Codierung des folgenden Problems als Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik an:

Gegeben sei ein (ungerichteter) Graph G durch seine Kantenmenge

$$E = \{\{x_1, y_1\}, \dots, \{x_n, y_n\}\} \quad (\text{und die dadurch induzierte Knotenmenge}$$

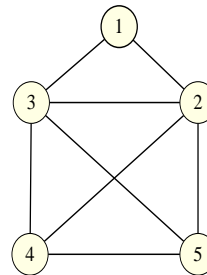
$$V = \{x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n\}). \text{ Ist } G \text{ } k\text{-färbbar?}$$

(Ein Graph ist k -färbbar, falls jedem Knoten eine "Farbe" $x \in \{1, \dots, k\}$ zugewiesen werden kann, so dass je zwei benachbarte Knoten unterschiedlich gefärbt sind.)

- b) (2 Punkte) Geben Sie die Klauseln Ihrer Codierung explizit für die 3-Färbbarkeit des Graphen G^* an. (G^* : siehe Abbildung/Adjazenzmatrix)
- c) (2 Punkte) Zeigen Sie anhand dieser Codierung per Resolution, dass G^* nicht 3-färbbar ist.

Graph G^* :

	1	2	3	4	5
1	-	1	1	0	0
2	1	-	1	1	1
3	1	1	-	1	1
4	0	1	1	-	1
5	0	1	1	1	-



Aufgabe 5 [3 Punkte]

There are two races of people on TUFA Island: the Truth Tellers (called Tu's), whose statements are always true, and the Falsehood Tellers (called Fa's), whose statements are always false. We meet three natives - U, V and W - and we ask: "How many of you are Tu's?" The first person, U, responds in his native language, which we do not understand. However, V translates for us and says:

V: U said, 'Exactly one of us is a Tu.'

W: Don't believe V. He is a Fa.

Decide whether the race of V and W is uniquely determined.