

Aufgabe 1 [6 Punkte]

Geben Sie zu den folgenden Formeln äquivalente Formeln in Negationsnormalform und pränexer Normalform an:

a) $\forall x \neg \exists y (Pxfz \vee \neg \exists z Gxza) \vee \forall u Hu$

b) $Pax \wedge \neg \forall x Hx \wedge \neg (\exists u \forall y (Guyb \wedge Quyfb))$

Dabei ist $\mathcal{F} = \{a_0, b_0, f_1\}$ und $\mathcal{R} = \{P_2, Q_3, G_3, H_1\}$.

Aufgabe 2 [6 Punkte]

1. Transformieren Sie die beiden Formeln aus Aufgabe 1 in erfüllbarkeitsäquivalente Formeln in Skolem-Normalform.
2. Generieren Sie daraus Klauseldarstellungen der Formeln.

Aufgabe 3 [4 Punkte]

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf folgende Literalmenge an:

$$\{P(x, y), P(f(a), g(x)), P(f(z), g(f(z)))\}$$

Dabei ist $\mathcal{F} = \{f_1, g_1, a_0\}$.

Aufgabe 4 [4 Punkte]

Drücken Sie die folgenden Behauptungen als prädikatenlogische Formeln aus:

- (i) Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Kinder fliegen können.
- (ii) Grüne Drachen können fliegen.

(iii) Ein Drache ist grün, wenn er Kind mindestens eines grünen Drachens ist.

Kann es unter Annahme von (i), (ii) und (iii) unglückliche grüne Drachen geben?

Aufgabe 5 [5 Punkte, optional]

Zeigen Sie, dass die Unit-Resolution widerlegungsvollständig für aussagenlogische Hornformeln ist.

Anmerkung: Bei der *Unit-Resolution* werden nur solche Resolventen erzeugt, die mindestens eine Unit-Klausel als Elternklausel besitzen.

Eine *Hornformel* ist eine Formel in CNF, bei der jede Klausel höchstens ein positives Literal enthält.