Automatisches Beweisen *Übungsblatt 6*

Carsten Sinz **Sommersemester 2003** **07.07.03**
Prof. W. Küchlin **Abgabe: 14.07.03**

Aufgabe 1 [6 Punkte]

Geben Sie alle Resolventen (modulo Variablenumbenennung) der beiden Klauseln

$$K_1 = \{\neg P(x,y), \neg P(fa, gub), Q(x,u)\} \quad \text{und}$$
$$K_2 = \{P(fx, gab), \neg Q(fa, b), \neg Q(a,b)\}$$

an. Dabei sei $\mathcal{F} = \{f_1, g_2, a_0, b_0\}$ und $\mathcal{R} = \{P_2, Q_2\}$.

Aufgabe 2 [6 Punkte]

Nehmen Sie die folgenden Fakten als gegeben an:

(a) Jeder Barbier rasiert alle Personen, die sich nicht selbst rasieren.

(b) Kein Barbier rasiert jemanden, der sich selbst rasiert.

Formalisieren Sie (a) und (b) in Prädikatenlogik. Verwenden Sie die Prädikate $B(x)$ für "x ist Barbier" und $R(x,y)$ für "x rasiert y". Bringen Sie Ihre Formalisierung in Klauselform, und zeigen Sie per Resolution, dass aus (a) und (b) folgt: Es gibt keine Barbiere.

Aufgabe 3 [4 Punkte]

Ein Modell $\mathcal{I} = (\mathcal{A}, \beta)$ mit $\mathcal{A} = (A, a)$ heißt unendlich (bzw. endlich), falls A unendlich (bzw. endlich) ist. Sei F der prädikatenlogische Satz

$$\forall x \neg R(x,x) \ \wedge\ \forall x \forall y \forall z (R(x,y) \wedge R(y,z) \Rightarrow R(x,z)) \ \wedge\ \forall x \exists y R(x,y) \ .$$

Geben Sie ein unendliches Modell von F an. Zeigen Sie, dass F kein endliches Modell besitzt.

Aufgabe 4 [4 Punkte]

Warum kann bei der Anwendung der Resolutionsregel auf die Umbenennung von gemeinsamen Variablen (durch den Separator ξ) nicht verzichtet werden? Geben Sie ein Beispiel an, das belegt, dass dann die prädikatenlogische Resolution nicht korrekt wäre.

Aufgabe 5 [10 Punkte, optional]

Drei Weise wissen, dass der König drei rote und zwei blaue Hüte besitzt. Der König setzt nun jedem Weisen einen Hut auf, so dass keiner die Farbe seines eigenen Hutes sieht. Er fragt dann jeden Weisen der Reihe nach, ob er weiß, welche Farbe der Hut auf seinem Kopf hat.

1. Angenommen, die beiden ersten befragten Weisen antworten: "Ich weiß es nicht." Warum kann der dritte dann die richtige Antwort geben?

2. Versuchen Sie, die beschriebene Situation mit einer Modallogik zu erfassen. Verwenden Sie dazu drei verschiedene Modaloperatoren $\Box_1$, $\Box_2$ und $\Box_3$ mit der Bedeutung von $\Box_i F$: "Der Weise i weiß, dass F gilt."

   Geben Sie nach jeder Frage des Königs die dann gültigen Aussagen in der gewählten Modallogik an.

   Können Sie (in der Form von Axiomen) Angaben zu den Eigenschaften der Modaloperatoren $\Box_i$ machen?