1 Aussagenlogik

1.2 Semantik

Definition 1.12 (Erfüllbarkeitsäquivalenz) *Seien $F, G \in \Phi$. F und G heißen* erfüllbarkeitsäquivalent *(in Zeichen: $F \overset{SAT}{\equiv} G$), falls F erfüllbar ist gdw. G erfüllbar ist.*

2 Aussagenlogische Entscheidungsverfahren

2.1 Resolution

Definition 2.1 (Resolutionsregel) *Sei C eine Klausel mit Literal l und D eine Klausel mit Literal $\neg l$. Dann ist die Resolutionsregel anwendbar:*

$$\frac{C \qquad\qquad D}{(C \setminus \{l\}) \cup (D \setminus \{\neg l\})}\ \mathrm{Res}$$

$E = (C \setminus \{l\}) \cup (D \setminus \{\neg l\})$ heißt Resolvente *von C und D. Man sagt auch, E ist durch* Resolution über l (bzw. $\neg l$) *aus C und D entstanden. (Weitere Schreibweise: $C, D \vdash^1_{\mathrm{Res}} E$.)*

Definition 2.2 (Resolutionsherleitung) *Sei $F = \{C_1, \ldots, C_n\}$ eine Formel in CNF und D eine Klausel. Eine Folge $E_1, \ldots, E_k$ ist eine Herleitung von D aus F, falls $E_k = D$ und für alle E_i $(1 \leq i \leq k)$ existieren Klauseln $A, B \in F \cup \{E_1, \ldots, E_{i-1}\}$ mit $A, B \vdash^1_{\mathrm{Res}} E_i$. D heißt dann auch* per Resolution aus F herleitbar, *in Zeichen: $F \vdash_{\mathrm{Res}} D$.*

Definition 2.3 (Resolutionsabschluss) *Der Resolutionsabschluss $\mathrm{Res}^*(F)$ einer Formel F in CNF ist definiert durch:*

$$\begin{aligned}
\mathrm{Res}^0(F) &= F \\
\mathrm{Res}^1(F) &= F \ \cup \ \{E \mid E \text{ ist (nicht-tautlogische)} \\
&\qquad\qquad \text{Resolvente zweier Klauseln } C, D \in F\} \\
\mathrm{Res}^{n+1}(F) &= \mathrm{Res}^1(Res^n(F)) \quad \text{für } n \geq 1. \\
\mathrm{Res}^*(F) &= \bigcup_{n \geq 0} \mathrm{Res}^n(F)
\end{aligned}$$